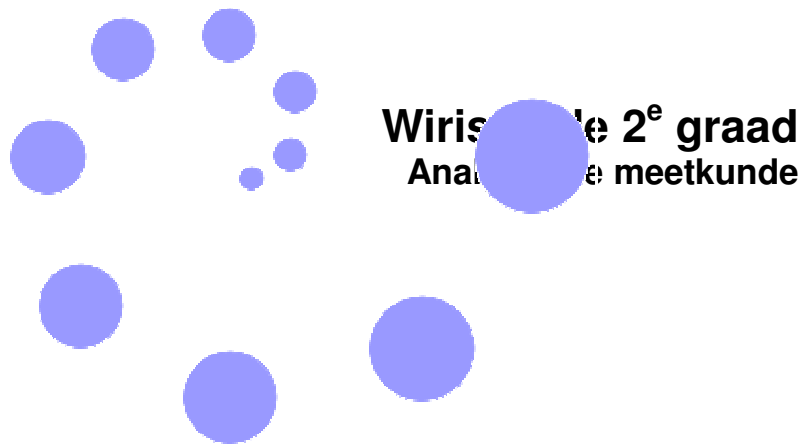


Europese Hogeschool Brussel

EINDPROEF

Campus nieuwland Nieuwland 198 1000 Brussel Tel: 02-512 32 59 ·Fax: 02-512 29 06

Onderwijsgroep Vorming & Welzijn Studiegebied Onderwijs



Wiskunde 2^e graad
Analytische meetkunde

Eindwerk aangeboden door
Tim Hamels
tot het behalen van de graad van
Geaggregeerde voor het Secundair Onderwijs- Groep 1
Opleiding: Initiële Lerarenopleiding Secundair Onderwijs- Groep 1

Promotor: de Heer R. Van Nieuwenhuyze

Ik wil in het bijzonder alle mensen bedanken die mij op een of andere wijze geholpen hebben bij de opmaak van mijn eindwerk.

Dank aan ...

... Roger van Nieuwenhuyze, mijn promotor, voor zijn deskundigheid en zijn hulp;

... Ivan Dewinne, promotor van Wiris in Vlaanderen en Nederland, voor zijn professionele hulp bij technische problemen, zoals het verhelpen van bugs in het programma of problemen met de syntax;

... Don Bosco Halle, waar ik gedurende een ganse week mijn eindwerk in verschillende klassen mocht uitproberen;

... mijn ouders, voor het nalezen en het mogelijk maken van mijn studies;

... al diegenen die ik vergeten ben op te noemen en die hun steentje hebben bijgedragen tot de realisatie van dit werk.

1. INLEIDING	6
1.1. WAT IS WIRIS?	6
1.2. AANPAK	7
1.2.1. Projectweek.....	7
1.2.2. Het eindwerk Wiris.....	8
1.3. VOOR- EN NADELEN VAN WIRIS	9
2. BEGINNEN MET WIRIS	10
2.1. KENNISMAKING	10
2.1.1. Aanloggen.....	10
2.1.2. Het Wirisapplet	11
2.1.3. Overzicht van de mogelijkheden via de werkbalk.....	12
2.2. LEREN WERKEN MET WIRIS	14
2.2.1. Het werkvenster.....	14
2.2.2. De 4 basisbewerkingen (+, -, . en /).....	17
2.2.3. Het benaderen van het aantal cijfers na de komma van een getal	18
2.2.4. De statusbalk.....	19
2.3. BEWAREN EN OPENEN VAN EEN BESTAND	19
2.3.1. Bewaren.....	19
2.3.2. Openen.....	19
HET 3^{DE} JAAR.....	20
3. FUNCTIES VAN DE EERSTE GRAAD.....	20
3.1. EEN FUNCTIE TEKENEN.....	20
3.1.1. Op papier.....	20
3.1.2. Met Wiris	21
3.1.3. Kenmerk van een grafiek	22
3.1.4. Tegenvoorbeeld.....	23
3.1.5. Oefeningen.....	23
3.1.6. Domein, beeld en nulpunten van een functie bepalen op een grafiek.....	25
3.1.7. Functienotaties.....	25
3.1.8. Oefeningen.....	26
3.2. DE VERGELIJKING VAN EEN RECHTE.....	27
3.2.1. De vergelijking van een rechte door de oorsprong.....	27
3.2.2. Vergelijking van een rechte niet door de oorsprong.....	29
3.2.3. Betekenis van de richtingscoëfficiënt	30
3.2.4. Oefeningen.....	30
3.2.5. Evenwijdige rechten	33
3.2.6. loodrechte rechten.....	33
3.2.7. nulpunten	35
3.2.8. Tekenverloop van een eerstegraadsfunctie.....	36
3.2.9. oefeningen.....	37
3.2.10. Constante functies	39
3.2.11. Vergelijking van een rechte evenwijdig aan de y-as.....	40
3.2.12. Oefeningen.....	41
3.3. DE CARTESIAANSE VERGELIJKING VAN EEN RECHTE	43
3.3.1. Vergelijking van de vorm $ax + by + c = 0$	43

3.3.2.	Een koppel zoeken bij de vergelijking $ax + by + c = 0$	44
3.3.3.	Voorwaarde dat een punt op een rechte ligt.....	47
3.3.4.	Opstellen van de vergelijking van een rechte als één punt (x_1, y_1) en de rico (m) gegeven zijn.....	48
3.3.5.	Opstellen van de vergelijking van een rechte als twee verschillende punten (x_1, y_1) en (x_2, y_2) gegeven zijn.....	50
3.3.6.	Oefeningen.....	52
3.3.7.	Meetkundige problemen analytisch oplossen	60
3.3.8.	Toepassingen.....	65
3.3.9.	Oefeningen.....	68
HET 4^{DE} JAAR.....		75
4. FUNCTIES VAN DE TWEDE GRAAD		75
4.1.	EEN FUNCTIE TEKENEN.....	75
4.1.1.	Op papier.....	75
4.1.2.	Met <i>Wiris</i>	76
4.1.3.	De kenmerken.....	77
4.2.	INVLOEDEN VAN PARAMETERS	79
4.2.1.	Grafiek van $f(x) = ax^2$ ($a > 0$)	79
4.2.2.	Grafiek van $f(x) = ax^2$ ($a < 0$)	80
4.2.3.	Grafiek van $f(x) = (x - \alpha)^2$	81
4.2.4.	Grafiek van $f(x) = x^2 + \beta$	82
4.2.5.	Grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$	84
4.2.6.	Oefeningen.....	87
4.3.	PROBLEMEN EN VRAAGSTUKKEN OPLOSSEN.....	92
4.3.1.	Aanloggen.....	92
4.3.2.	Vraagstukken met vergelijking.....	93
4.3.3.	Oefeningen.....	96
4.3.4.	Vraagstuk zonder vergelijking	100
5. ANALYTISCHE MEETKUNDE.....		102
5.1.	HERHALING	102
5.1.1.	Evenwijdige rechten	102
5.1.2.	Voorwaarde dat een punt op een rechte ligt.....	103
5.1.3.	Afstand tussen 2 punten berekenen	103
5.1.4.	Opstellen van de vergelijking van een rechte als één punt (x_1, y_1) en de rico (m) gegeven zijn.....	104
5.1.5.	Opstellen van de vergelijking van een rechte als twee verschillende punten (x_1, y_1) en (x_2, y_2) gegeven zijn.....	105
5.2.	LOODRECHTE STAND VAN RECHTEN.....	106
5.2.1.	Voorwaarde voor loodrechte stand van twee rechten.....	106
5.2.2.	Loodlijn door een punt op een rechte.....	107
5.2.3.	Middelloodlijn van een lijnstuk.....	109
5.2.4.	Analytische bewijzen van meetkundige eigenschappen.....	111
5.2.5.	Oefeningen.....	113

5.3.	AFSTAND VAN EEN PUNT TOT EEN RECHTE	119
5.3.1.	<i>Afstand van een punt tot een rechte analytisch bepalen.....</i>	<i>119</i>
5.3.2.	<i>Normaalvergelijking van een rechte</i>	<i>120</i>
5.3.3.	<i>Bissectrices van twee snijdende rechten.....</i>	<i>121</i>
5.3.4.	<i>Binnenbissectrices van een driehoek.....</i>	<i>124</i>
5.3.5.	<i>Oefeningen.....</i>	<i>125</i>
5.4.	DE CIRKEL	130
5.4.1.	<i>De cartesiaanse vergelijking van een rechte</i>	<i>130</i>
5.4.2.	<i>Algemene vergelijking van een cirkel.....</i>	<i>131</i>
5.4.3.	<i>Een cirkel tekenen in Wiris</i>	<i>132</i>
5.4.4.	<i>Straal en middelpunt opvragen in Wiris.....</i>	<i>133</i>
5.4.5.	<i>Onderlinge ligging van een cirkel en een rechte</i>	<i>134</i>
5.4.6.	<i>Snijpunten bepalen met Wiris</i>	<i>135</i>
5.4.7.	<i>Onderlinge ligging van twee cirkels.....</i>	<i>136</i>
5.4.8.	<i>Oefeningen.....</i>	<i>142</i>
6.	BESLUIT	146
7.	BIBLIOGRAFIE	148
7.1.	BOEKEN.....	148
7.2.	EINDPROEVEN.....	149
7.3.	ELEKTRONISCHE INFORMATIE.....	149

1. Inleiding

Twee jaar geleden maakte ik kennis met het programma "Wiris". Het is een prachtprogramma waarmee je in de lessen wiskunde, meer bepaald in de lessen analytische meetkunde, veel kunt doen.

Wiris is een programma dat nog maar enkele jaren in Vlaanderen en in Nederland bekend is. Er is dus weinig tot niets van studiemateriaal aanwezig op de markt. Naar aanleiding van mijn eindwerk en op aanraden van mijn promotor, heb ik dan ook besloten een werkboek te schrijven voor het gebruik van Wiris in de tweede graad, in het bijzonder over het onderwerp "analytische meetkunde".

Dit onderdeel van Wiris heb ik bewust gekozen omdat de andere leerstof die ook met dit programma kan aangebracht worden, teveel is uitgewerkt en bijna kant en klaar wordt aangeboden aan de leerling.

De leerling wordt niet aangemoedigd om het leerproces te assimileren. Hij hoeft alleen de getallen in te voeren en bekomt het resultaat, vb: ontbinding in factoren. Op dat ogenblik doet Wiris alleen dienst als controleprogramma.

De analytische meetkunde daarentegen veronderstelt een actief meedenken in het verwerken van de leerstof en in het invullen van de oefeningen.

De cursus is zodanig opgebouwd dat de leerlingen zelfstandig aan de slag kunnen. Af en toe is het nodig dat er enkele lessen klassikaal worden gegeven, zoals het aanbrengen van de leerstof, herhaling,... . Dit moet je als leerkracht zelf uitmaken. Iedere klas is tenslotte anders en vergt een specifieke aanpak.

1.1. Wat is Wiris?

Wiris is een revolutionair webbased computer algebrasysteem en biedt volgende mogelijkheden via het Internet:

- uitvoeren van numerieke en symbolische berekeningen;
- maken van grafische voorstellingen;
- construeren en manipuleren van meetkundige objecten in 2D en 3D;
- programmeren;
- creëren van dynamische webpagina's voor wiskunde.

1.2. Aanpak

Aan de hand van de online handleiding van Wiris en enkele leerboeken analytische meetkunde (zie bronnen) heb ik de leerstof "analytische meetkunde" uit de tweede graad ASO/TSO aangepakt. Met de leerplannen in de hand ben ik systematisch te werk gegaan om zo het pakket dat zowel in het derde jaar als in het vierde jaar moet gegeven worden, te doorlopen en te bepalen.

Aangezien Wiris tot doel heeft de leerling zelfstandig aan het werk te zetten, vond ik het nodig om rond het onderdeel "analytische meetkunde" een specifiek werkboek te schrijven voor de tweede graad dat zowel theorie als oefeningen omvat. Niet alles van analytische meetkunde kan via Wiris verwerkt worden. Zo zullen de bewijzen klassikaal moeten gegeven worden. De formules en oefeningen komen echter wel aan bod in Wiris.

Tijdens het opstellen van mijn eindwerk heb ik verschillende malen problemen en bugs in het programma gevonden, die dank zij de hulp van Ivan Dewinne, werden verholpen.

Het was niet altijd gemakkelijk maar het programma heeft mijn hart gewonnen.

Ik heb dan ook gebruik gemaakt van mijn projectweek om de gebruikswaarde en doeltreffendheid van mijn eindwerk te kunnen toetsen.

1.2.1. Projectweek

Om mijn eindwerk te kunnen uittesten heb ik enkele lessen gegeven in het 3e en 4e jaar TSO in Don Bosco Halle. Hier volgen enkele reacties van enkele leerlingen en een leerkracht:

- Het programma was gemakkelijk te gebruiken. Het zou gemakkelijker zijn als we het programma korter na de theorie zouden zien;
- Ik vond het plezant, het is eens iets anders dan les in de klas volgen;
- Ik vond het leuk om zo te werken, ook omdat het met de computer is;
- De les was tof, werken met de computer zorgt voor afwisseling;
- Ik vond het eens tof om met de computer te werken, zeker bij wiskunde. Alleen spijtig dat men soms moet wachten bij de oefeningen;
- Het was eens plezant om iets anders te doen. Het programma is goed, maar het is alleen spijtig dat er zoveel moet ingetikt worden voor iets simpels. Als er 1 leettertje of teken verkeerd is, werkt het niet;
- Het was leuk in het algemeen. Maar wat niet leuk was, is dat we geen typfouten mochten maken;
- Te weinig tijd maar wel heel leuk. Moet in een les van 2uur;
- Ik vond deze 2 lessen nog redelijk tof. Het was eens iets anders;
- te veel in een keer;
- Het was eens iets anders. Veel leuker dan in de klas opletten. Maar wel niet altijd even gemakkelijk. Je leert sneller bij.

Een reactie van een leerkracht:

Na een korte inleiding konden de leerlingen zelfstandig aan het werk. Dat lukte vrij goed. De werkmap was duidelijk opgesteld en de problemen werden stapsgewijs opgelost. De leerkracht had een controlefunctie en dat vond ik OK!

Alle leerlingen waren voortdurend aan het werk. Er werden relatief weinig vragen gesteld (alles was duidelijk). Dit is zeker voor herhaling vatbaar.

1.2.2. Het eindwerk Wiris

Het eindwerk omvat drie grote delen:

1. Beginnen met Wiris.

Hierin leren de leerlingen (en leerkrachten) werken met Wiris. Hoe je bewerkingen moet invoeren? Wat als Wiris iets niet wilt uitrekenen? Kan je ergens opzoeken waar de fout zit?,....

2. Het 3de jaar.

Hierin komen praktisch alle aspecten aan bod van wat de leerlingen van 3ASO/TSO zouden moeten zien van analytische meetkunde.

3. Het 4de jaar.

In dit deel komen alle aspecten aan bod voor de leerlingen van 4ASO/TSO.

Dit deel is wel opgesplitst in 2 kleinere delen:

- Functies van de tweede graad
- Analytische meetkunde

Er is ook een cd-rom beschikbaar bij het eindwerk met verschillende bestandjes die je nodig hebt om met de cursus te werken.

Naast het eindwerk als dusdanig, heb ik ook een tweede bundel opgesteld waarin alle oplossingen staan.

1.3. Voor- en nadelen van Wiris

De voordelen van het programma zijn veelvuldig, zoals:

- werkt op alle besturingsplatformen (Windows, Linux,...);
- Wiris is volledig in het Nederlands;
- gebruiksvriendelijk (de leerlingen hebben op 1 les de werking van Wiris door);
- steeds de laatste versie;
- geen installatiepakket vereist, alleen java moet op je pc geïnstalleerd zijn;
- dynamisch;
- een online handleiding indien je problemen of vragen hebben bij een bepaald commando;
- leerlingen die ziek zijn kunnen thuis ook met dit programma werken;
- het is een totaalpakket dat verschillende softwarepakketten combineert: Derive, Geogebra, Graphmatica,

Het programma heeft ook nadelen:

- het is betalend;
- je hebt er een internetaansluiting voor nodig. Soms zorgt dit voor problemen wanneer de verbinding wegvalt;
- het programma heeft nog bugs, maar hier wordt aan gewerkt.