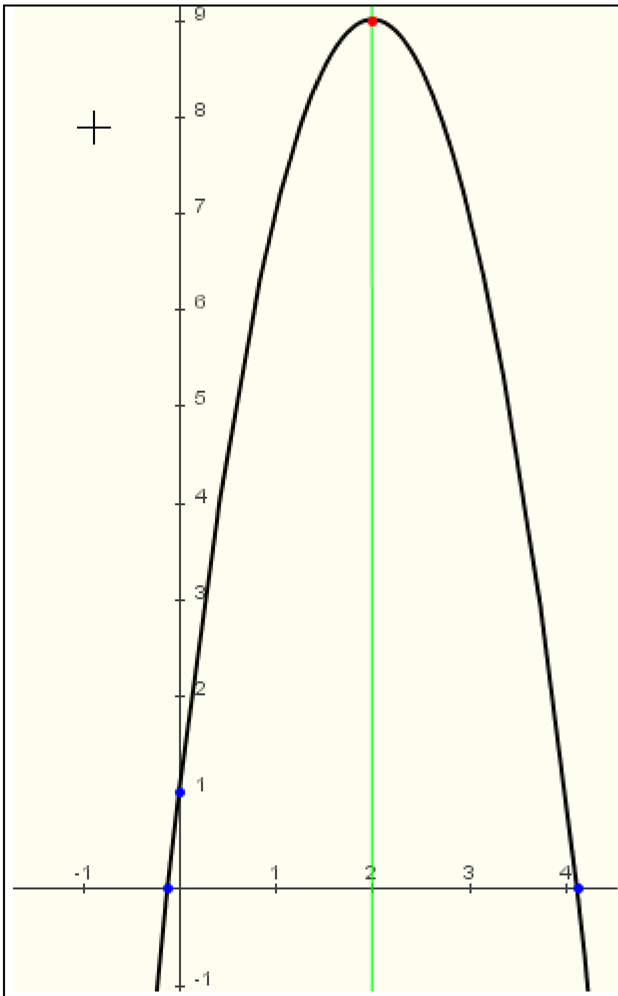
BETEKENIS VAN DE TWEEDE AFGELEIDE

Opgave 1

Start de interface van Wirisonline, typ de volgende commando's en onderzoek de grafiek.



$f(x) = -2x^2 + 8x + 1$

voorstelling(f(x))

Bereken de bijzondere punten van de grafiek;

- snijpunten met x-as
- snijpunt met y-as
- top

Controleer in het grafiekvenster door te klikken op de knop waarde en beweeg met de muisaanwijzer tot het punt.

Bij de kwadratische functie f(x) = a.x^2 + b.x + c maakt men onderscheid tussen dal- en bergparabolen. Bekijk op het scherm de grafiek van **f(x) = -2.x^2 + 8.x + 1**

Heeft men te maken met een **dalparabool (** ☺ **)** of een **bergparabool (** ☹ **)** en waarom ?

Bepaal de tweede afgeleide van f en de eventuele nulpunten van DDf = f "

$$Df(x) = \frac{d\,f(x)}{d\,x}$$

voorstelling(Df(x))

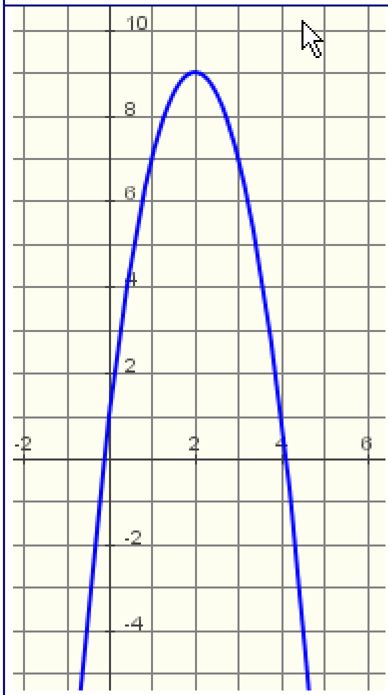
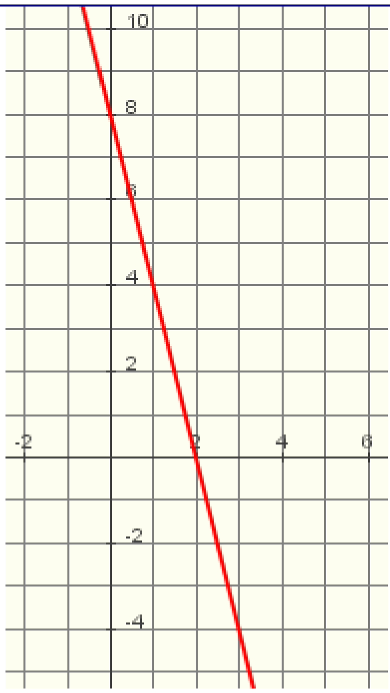
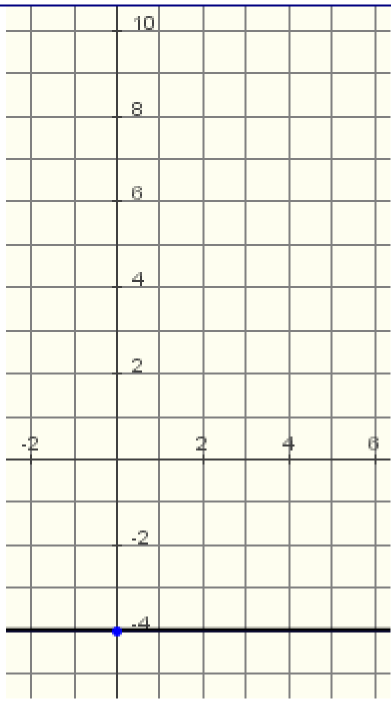
$$DDf(x) = \frac{d\,Df(x)}{d\,x}$$

voorstelling(DDf(x))

Onderzoek het teken van DDf = f " en de kromming van f. Vat samen in de tabel.

x	**(etl. Nulpunten f ")**	
DDf(x) = f "	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

Wijzig het functievoorschrift in **f(x) =** $\mathbf{x^2}$ **- 6.x + 1**. Bepaal de eerste en ook tweede afgeleide, de eventuele nulpunten en het tekenverloop van DDf = f "

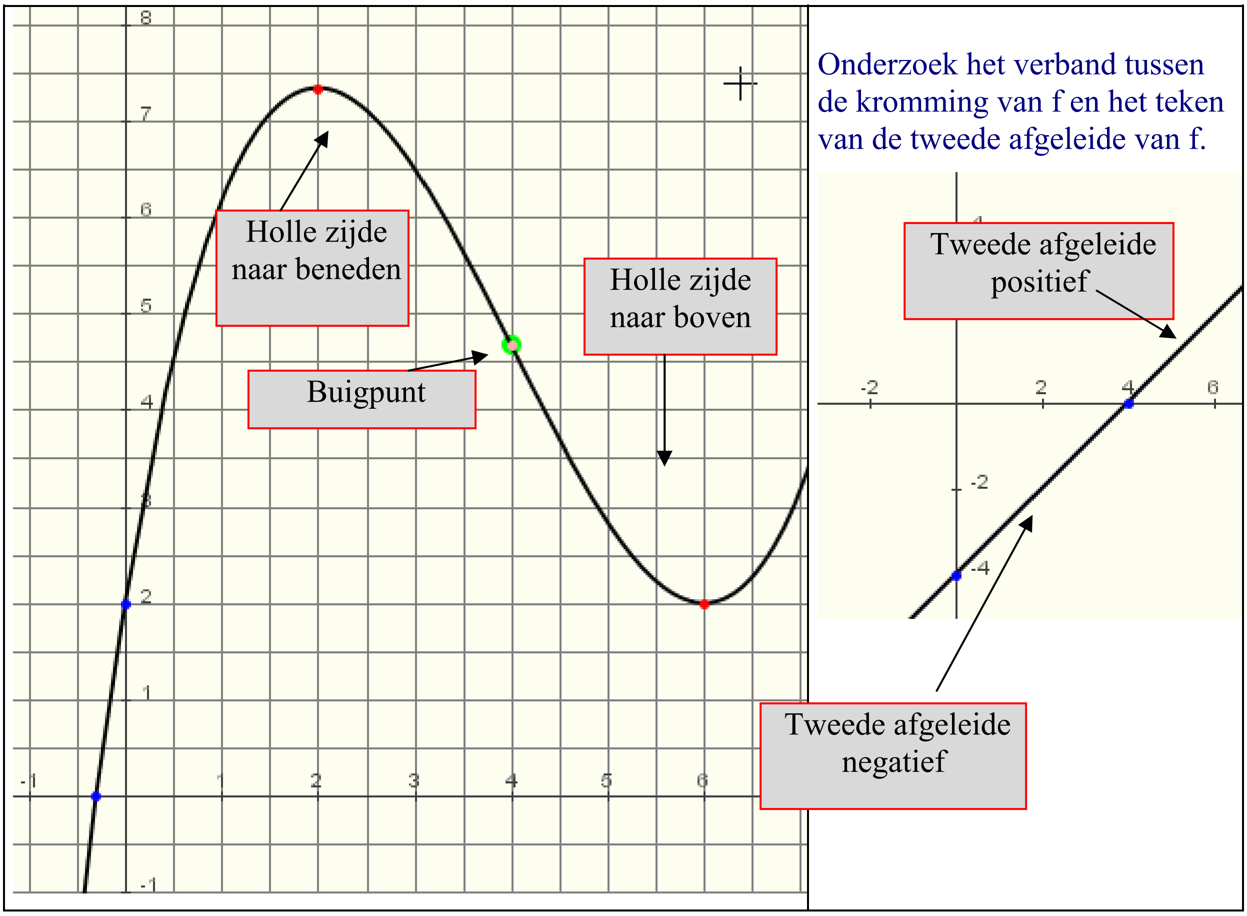
Grafiek van f	Grafiek van 1^{ste} afgeleide	Grafiek van 2^{de} afgeleide
		

Vat samen in de tabel

x	**(etl. Nulpunten f ")**	
DDf(x) = f "	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

Opgave 2

Wijzig het functievoorschrift van f in $\mathbf{f(x) = \frac{1}{6}x^3 - 2.x^2 + 6.x + 2}$



Bepaal de afgeleide functie van f en de tweede afgeleide van f

Df(x) = f ‘(x) =

DDf(x) = f “ (x) =

Bepaal het nulpunt van DDf = f “

f “ (x) = 0 ⇔ x = ...

Onderzoek het tekenverloop van DDf = f “ en noteer de besluiten i.v.m. de kromming van f (hol = ☺ = ∪ en bol = ☹ = ∩)

x	**(etl. Nulpunten f ”)**	
DDf(x) = f “	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

Bereken de waarde van de tweede afgeleide in het zogenaamde buigpunt, waarbij x = 4

Kun je verklaren waarom men (4 , 5) **een buigpunt** noemt ?

EXTRA Stel de cartesische vergelijking op van de raaklijn door dit punt, de zogenaamde buigraaklijn. Controleer met Wirisonline.

Opgave 3

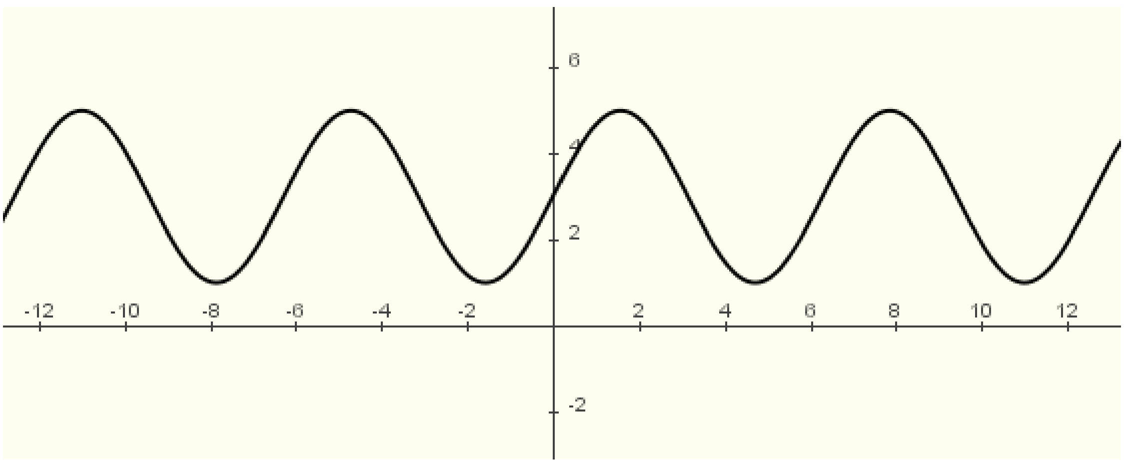
Wijzig het functievoorschrift in **f(x) = 2.sin(x) + 3**

Bepaal de afgeleide functie van f en de tweede afgeleide van f

Df(x) = f '(x) =

DDf(x) = f ''(x) =

Duidt **een aantal buigpunten** aan van f op onderstaande schets?



Bereken de nulpunten van DDf = f “ (beperking tot interval [-4.π , 4.π])

<table>
<tr>
<td>

$f(x)=2\sin(x)+3$

$Df(x)=\dfrac{d\,f(x)}{dx}$

$DDf(x)=\dfrac{d\,Df(x)}{dx}$

oplossen (Df(x)=0)

oplossen (DDf(x)=0)

</td>
<td>

Voor het oplossen van vergelijkingen maak jij gebruik van het onderdeel “Bewerkingen” en de knop:

vergelijking oplossen

Vul de groene plaatshouders aan.

oplossen (□=□)

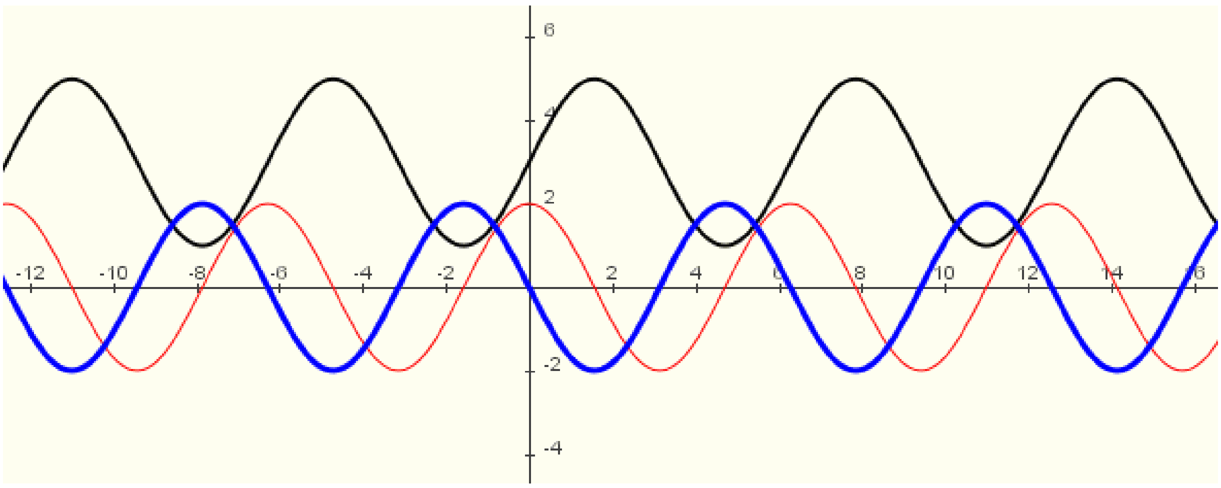
Hou rekening met de periodiciteit voor het berekenen van de andere nulpunten.

</td>
</tr>
</table>

Onderzoek tenslotte het tekenverloop van de tweede afgeleide en noteer je besluiten i.v.m.de kromming

x	**(etl. Nulpunten f ”)**	
DDf(x) = f “	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

Duidt op onderstaande schets de grafiek aan van f, de eerste afgeleide Df= f ’ en de tweede afgeleide DDf= f ’’



SAMENVATTING

Probeer de gevonden resultaten te veralgemenen.

Let op! Wiskundig gezien zijn voorbeelden uiteraard geen bewijs.

Besluit: gebruik van de tweede afgeleide van een functie

Indien f “(x) > 0 in een interval dan heeft de grafiek de holle zijde naar ....

Indien f “(x) < 0 in een interval dan heeft de grafiek de holle zijde naar ....

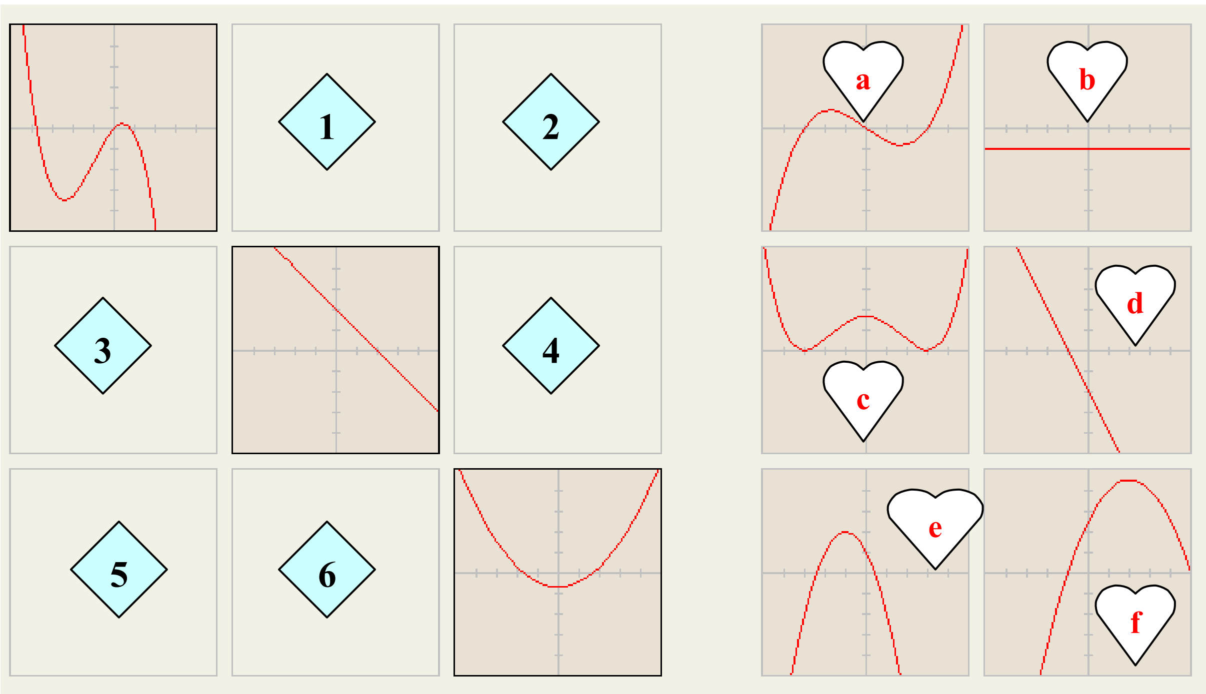
ONTHOUD: Tweede afgeleide positief = optimist = ☺

ONTHOUD: Tweede afgeleide negatief = pessimist = ☹

Indien f “(p) = 0 en f “ ondergaat een tekenverandering rond p dan heeft f in p een buigpunt

Opgave 4

Gegeven zijn 3 functies met de bijhorende grafieken van f, de 1ste afgeleide en de 2de afgeleide. Welke grafieken horen samen ?



Maak ook de andere interactieve puzzels via het Internet

EXTRA "KEERPUNTEN EN KNIKPUNTEN (HOEKPUNTEN)

Opgave 5 "Keerpunten en knikpunten (hoekpunten)"

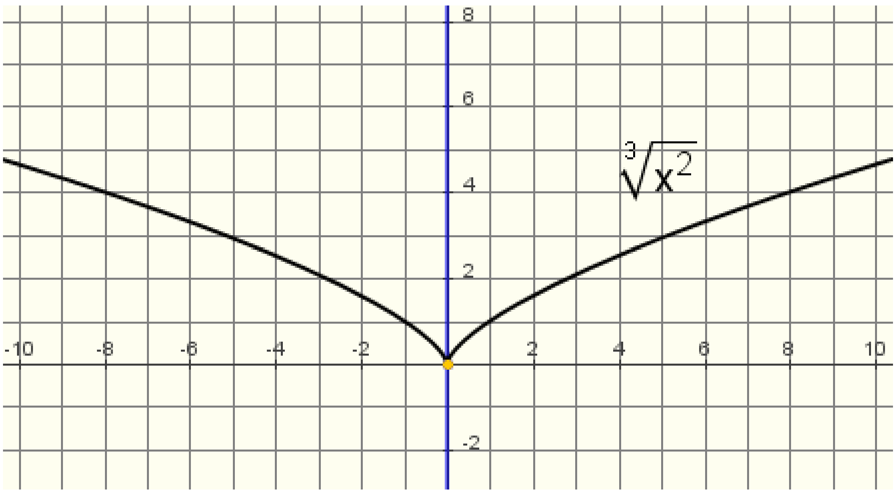
- Wijzig het functievoorschrift in f(x) = $\sqrt[3]{x^2}$ (derdemachtswortel uit x^2)
- Bepaal de afgeleide functie van f en de tweede afgeleide van f

Df(x) = f '(x) =

DDf(x) = f "(x) =

Bepaal indien mogelijk de nulpunten van DDf = f "

Is deze functie afleidbaar in 0 ? Verduidelijk grafisch.



Onderzoek het teken van de 2de afgeleide en noteer je besluit i.v.m.de kromming

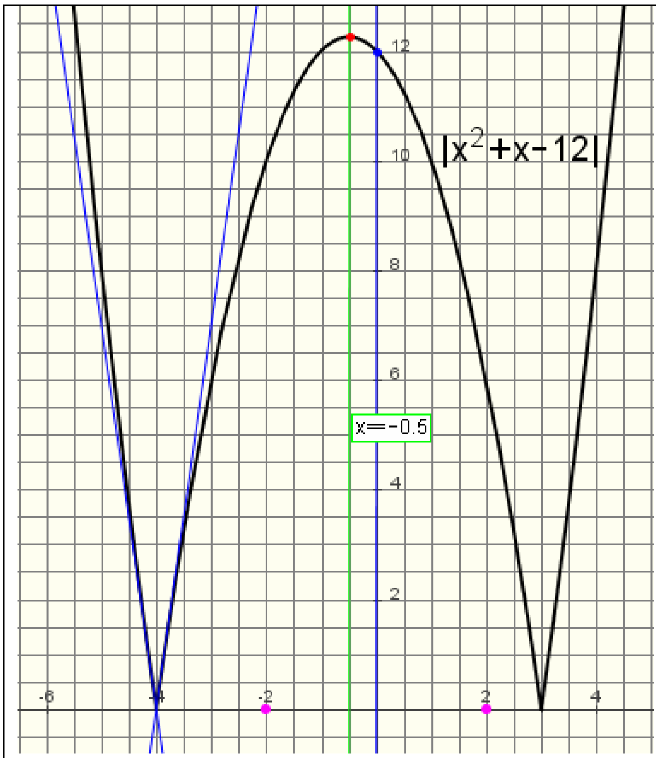
x	**(etl. Nulpunten f ")**	
DDf(x) = f "	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

Probeer te verklaren waarom men (0 ,0) **een keerpunt** noemt ?

Onderzoek de ligging van de raaklijn in (0,0)

Opgave 5

Wijzig het functievoorschrift in f(x) =| x^2 + x - 12 | (absolute waarde)



Bepaal de minima en het maximum van deze functie.

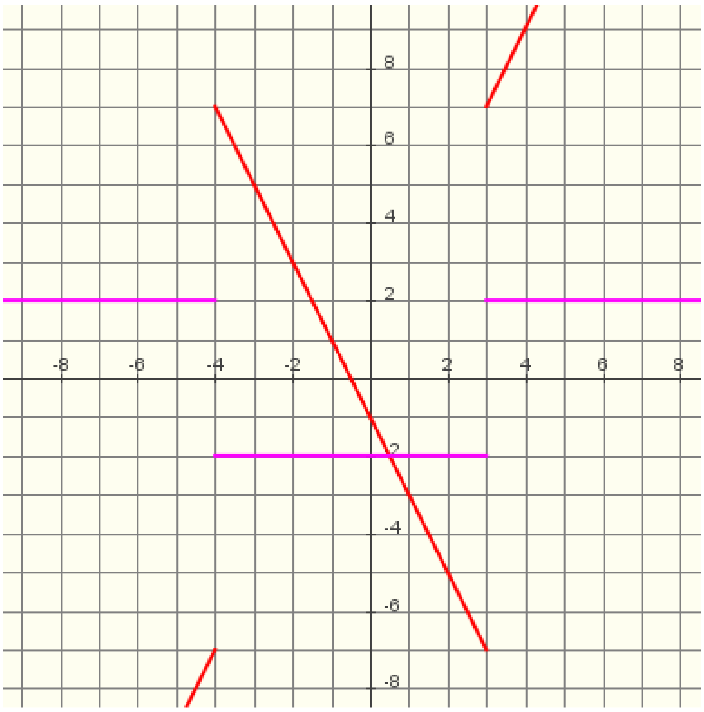
Maximum:

Minimum 1:

Minimum 2:

Geef de vergelijking van de symmetrie-as van deze grafiek.

Duid op onderstaande tekening de grafiek van de 1^ste en de 2^de afgeleide aan
Bepaal indien mogelijk (grafisch) de nulpunten van Df = f ‘ en ook DDf = f “



Duid ook de discontinuïteiten aan in de grafiek van f ‘ en f ‘’ .

- Is de functie afleidbaar in 3 en -4 ? Ga na of je de raaklijn kan tekenen in deze punten ?

- Maak een onderscheid tussen de linkerraaklijn en de rechterraaklijn in deze punten ?

- Onderzoek het tekenverloop van de tweede afgeleide en noteer je besluiten i.v.m.de kromming

x	**(etl. Nulpunten f ”)**	
DDf(x) = f “	**(+ - of 0 ?)**	
f(x)	**(∩ of ∪)**	

- Probeer te verklaren waarom men (3 ,0) en (-4 , 0) **knikpunten (hoekpunten)** noemt ?

Opgave 6 OEFENINGEN

Bepaal, indien mogelijk, grafisch **de buigpunten, keerpunten en hoekpunten** van de volgende functies. Vergelijk het teken van de tweede afgeleide met **de kromming** van de grafiek van de functie.

1) $f(x) = | x + 5 |$

2) $f(x) = x^3 - 6.x^2 + 11.x - 6$

3) $f(x) = 4.x - 8$

4) $f(x) = x^2 - 5.x + 6$

5) $f(x) = | x^2 - 4 | + 3$

6) $f(x) = x^3 - 3.x^2$

7) $f(x) = | \cos(x) |$

8) $f(x) = 2$

9) $f(x) = \sqrt{x^2}$

10) $f(x) = | x^2 |$